

# Part 3. 오일러 공식

한국해양대학교 해양공학과

# 진동을 조화운동으로 표현

## ○ 주기운동 (Periodic Motion)

- 일정 주기를 가지고 반복되는 운동

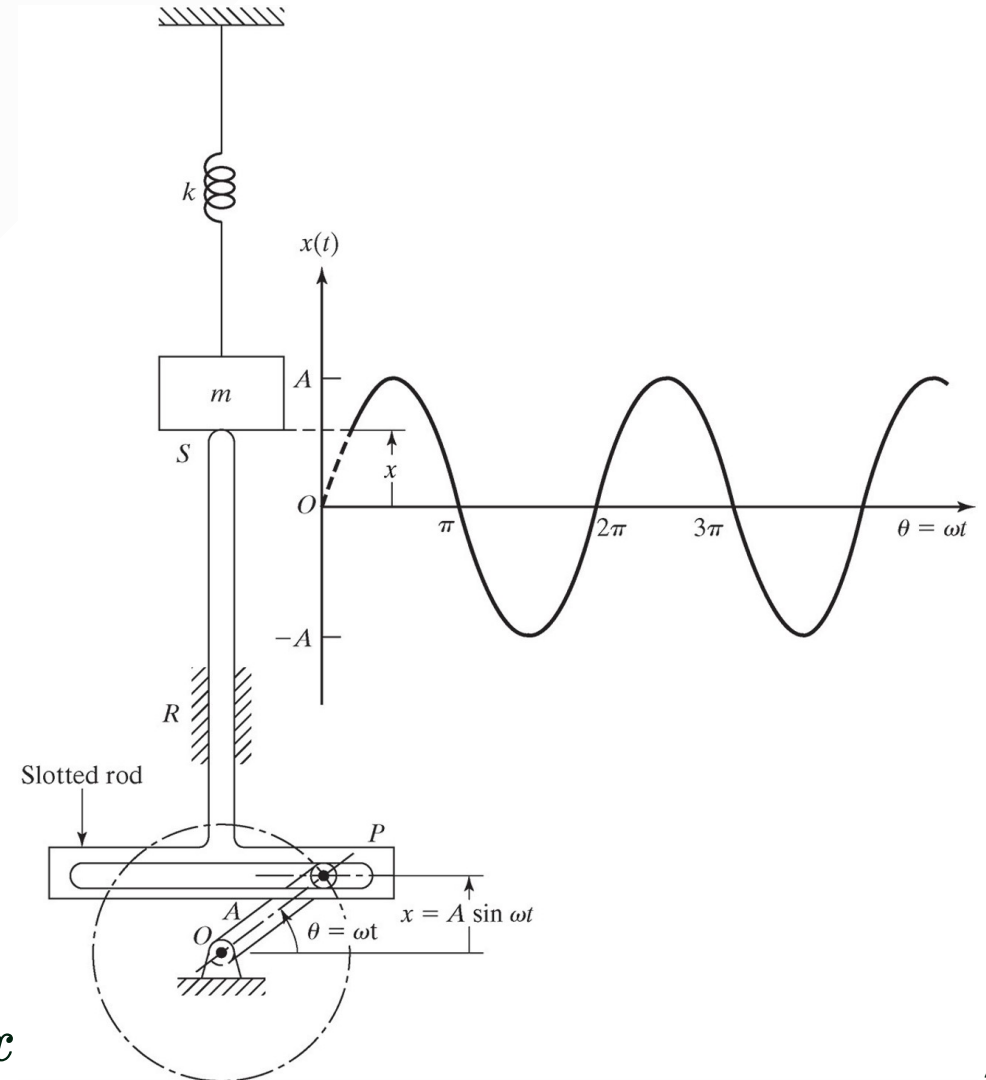
## ○ 조화운동 (Harmonic Motion)

- 주기운동의 가장 단순한 형태
- 삼각함수로 표현 (주파수[1/s]  $f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$ )

$$x = A \sin \theta = A \sin \omega t$$

- 실제운동 = 다양한 조화운동의 선형합

$$\frac{dx}{dt} = \omega A \cos \omega t, \quad \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 A \sin \omega t = -\omega^2 x$$



# 진동을 조화운동으로 표현 (벡터표현)

## ○ 조화운동 (Harmonic Motion)

- 회전벡터 표기

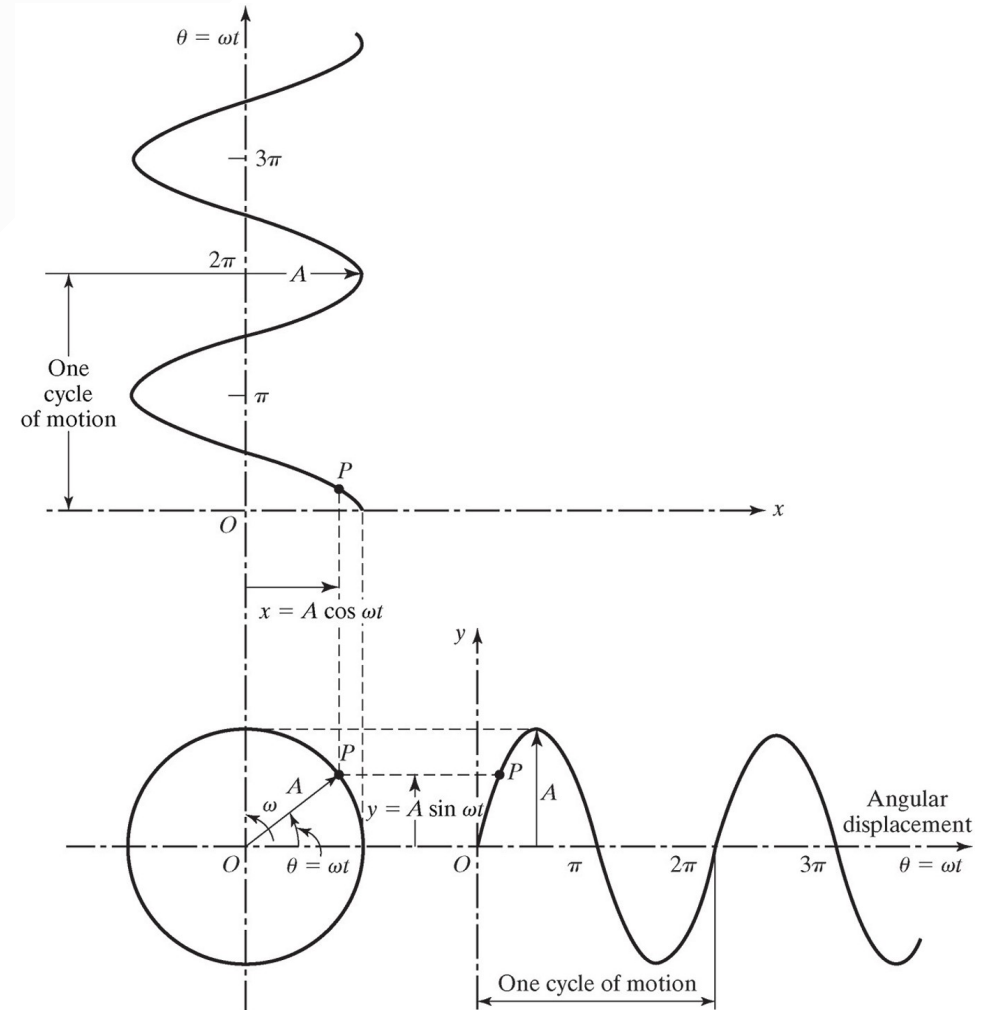
$$\vec{OP} = (x, y)$$

$$x = A \sin \omega t, \quad y = A \cos \omega t$$

$$\theta = \omega t = \tan^{-1} \frac{y}{x} = \text{atan}\left(\frac{y}{x}\right)$$

- 복소수 벡터 표기 ("오일러 공식")

$$\vec{OP} = (x, y) = y + ix = A \cos \omega t + i A \sin \omega t = A e^{i \omega t}$$



# 오일러공식 ( $e^{\pm ix} = \cos x \pm i \sin x$ )

- 미분방정식(역학)과 진동공학을 연결
- 가장 단순한 미분방정식  $f'(x) = f(x)$ 으로부터

$$f(x + \Delta x) = f(x) + f'(x)\Delta x = f(x) + f(x)\Delta x = (1 + \Delta x)f(x)$$

$$if \quad x = 0, \quad f(\Delta x) = (1 + \Delta x)f(0)$$

$$if \quad x = \Delta x, \quad f(2\Delta x) = (1 + \Delta x)f(\Delta x) = (1 + \Delta x)^2 f(0)$$

$$if \quad x = 2\Delta x, \quad f(3\Delta x) = (1 + \Delta x)f(2\Delta x) = (1 + \Delta x)^3 f(0)$$

$$if \quad x = (n - 1)\Delta x, \quad f(n\Delta x) = (1 + \Delta x)^n f(0)$$

$$n \rightarrow \infty, \quad \Delta x \rightarrow 0, \quad n\Delta x = x, \quad f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n$$

# 오일러공식 ( $e^{\pm ix} = \cos x \pm i \sin x$ )

- 가장 단순한 미분방정식  $f'(x) = f(x)$ 의 해는,

$$f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n$$

$$f(1) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \equiv e^1 = 2.718\dots \quad \rightarrow \quad f(x) = e^x$$

$$f'(x) = 1f(x) \rightarrow e^{1x}, \quad f'(x) = 2f(x) \rightarrow e^{2x}, \quad f'(x) = if(x) \rightarrow e^{ix}$$

- 허수  $i$  승??! =  $e^{ix}$  가 복소평면에서 원운동

$$f(x) = e^{ix}, \quad f'(x) = if(x), \quad f(x + \Delta x) = f(x) + f'(x)\Delta x = e^{i(x+\Delta x)} = e^{ix} + ie^{ix}\Delta x$$

$$f(x) = e^{ix} = \cos x + i \sin x$$



## 교수자

- [최원석 \(Choi\\_Woen-Sug\)](#)

상담예약 : [개인 상담예약 링크](#) (📣담당이 아니어도 아무나 언제든지 😊)

한국해양대학교 해양공학과 (해양과학기술관 D 301호)



**Hooray!**