

동역학

Part 1 : 수능 수학에서 배웠던 동역학

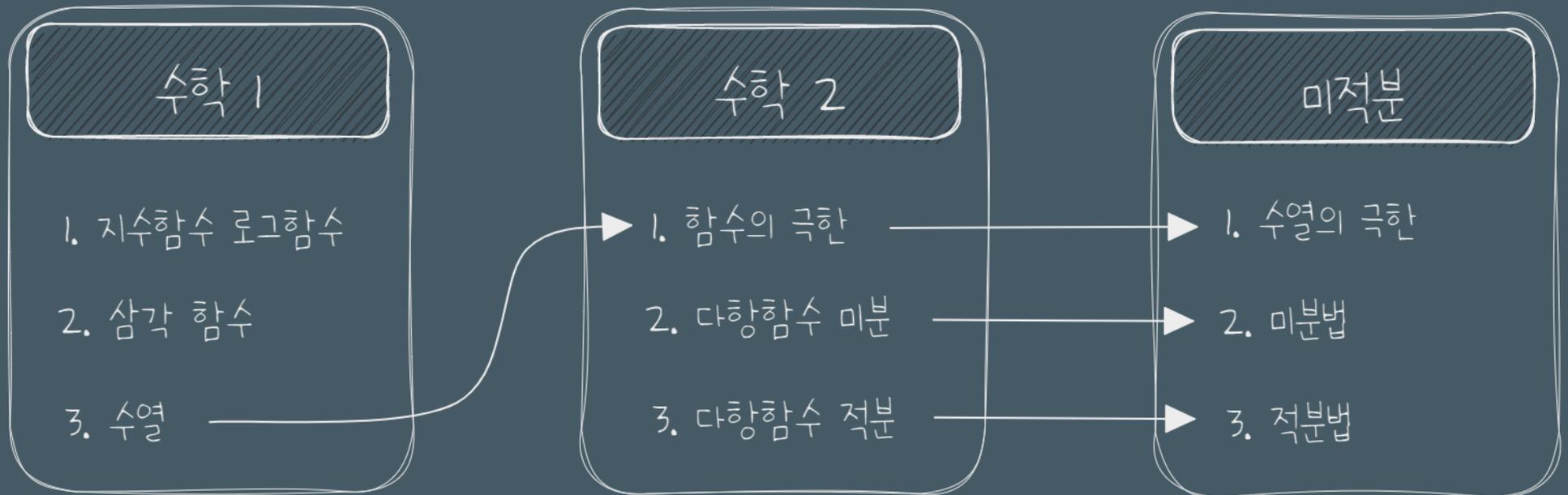
최종수정일 : 2025년 3월 12일

주제

- 10차 교육과정에서 이미 동역학의 대부분을 배웠다?!
- 수I, 수II에 이어 미적분으로 완성되는 고등수학은 동역학의 기초 그 자체

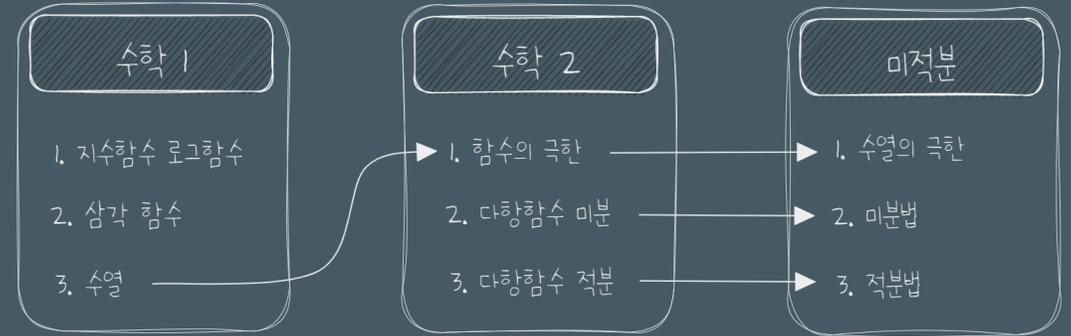
10차 교육과정 (22수능부터)

- 10차 교육과정에서 '수학'과목의 구성원리
 - 수학 1 + 수학 2 = 미적분
 - 국포자, 과포자는 없는... 수포자는 있다. 쌓아가는 과목이라서..!



수학 1 - 지수 함수

- 지수 함수 기본문제



$(2^{\sqrt{3}} \times 4)^{\sqrt{3}-2}$ 의 값은? [2점]

① $\frac{1}{4}$

② $\frac{1}{2}$

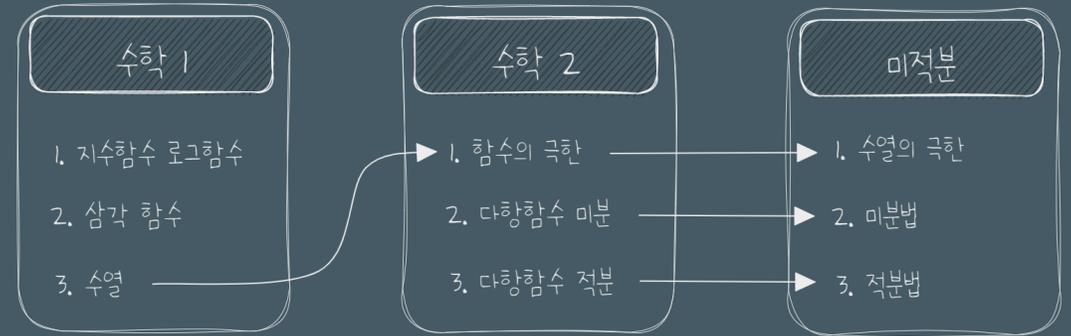
③ 1

④ 2

⑤ 4

수학 1 - 로그 함수

- 로그 함수 기본문제



$\log_3 4 - 2 \log_3 6$ 의 값은?

① -2

② -1

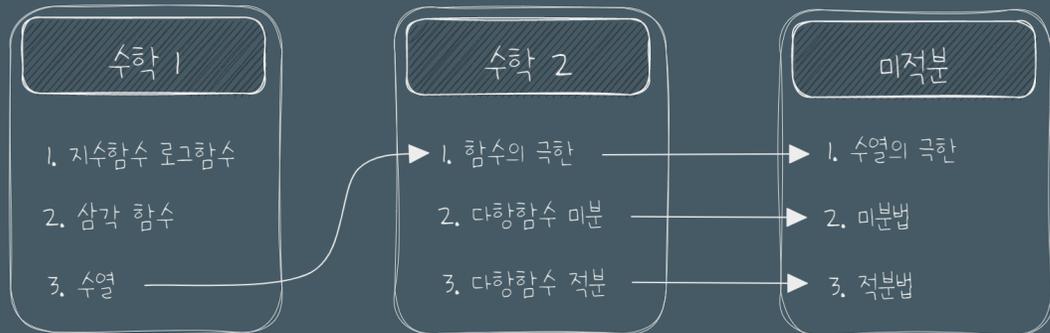
③ 0

④ 1

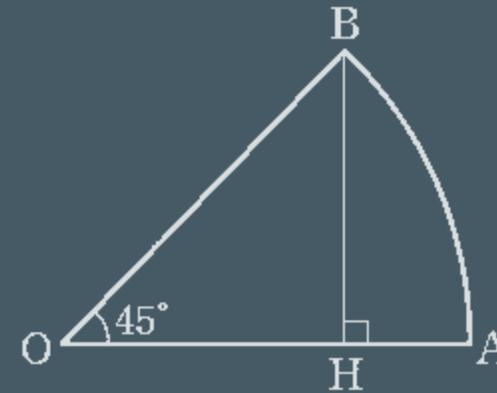
⑤ 2

수학 1 - 삼각 함수

• 삼각 함수 기본문제 1



그림과 같이 중심각의 크기가 45° 인 부채꼴 OAB가 있다. 점 B에서 선분 OA에 내린 수선의 발을 H라 할 때, 삼각형 BOH의 둘레의 길이가 $6(1+\sqrt{2})$ 이다. 부채꼴 OAB의 호 AB의 길이는?



- ① π
- ② $\frac{5}{4}\pi$
- ③ $\frac{3}{2}\pi$
- ④ $\frac{7}{4}\pi$
- ⑤ 2π

수학 1 - 삼각 함수

• 삼각 함수 기본문제 2

$$\cos \frac{13}{6}\pi + \sqrt{6} \sin \frac{3}{4}\pi \text{의 값은?}$$

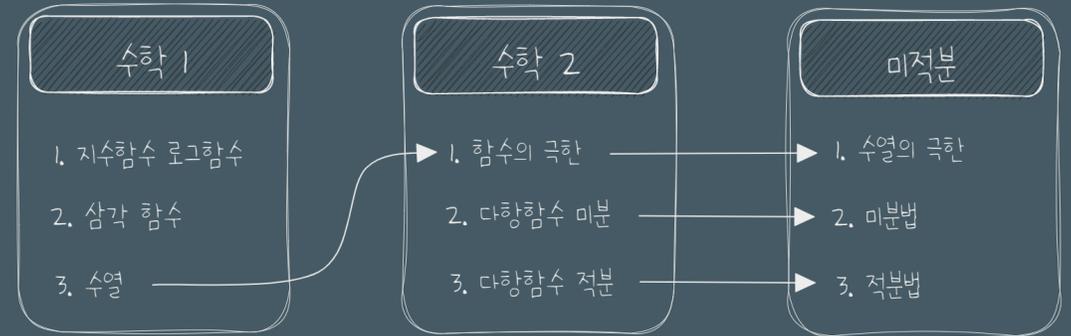
① $\sqrt{2}$

② $\sqrt{3}$

③ 2

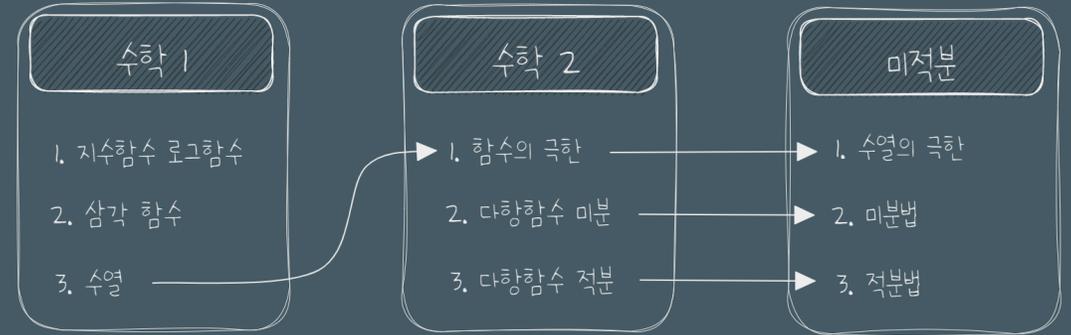
④ $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

⑤ $\frac{3\sqrt{3}}{2}$



수학 2 - 함수의 극한

- 함수의 극한 기본문제



$\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 4}$ 의 값은?

① $\frac{1}{4}$

② $\frac{1}{2}$

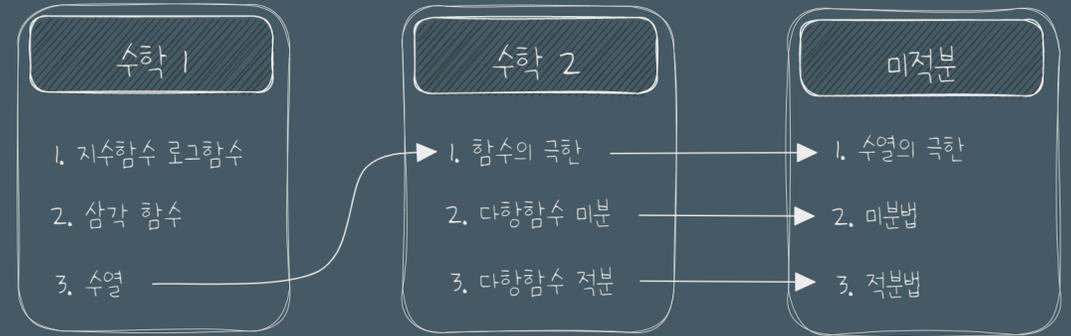
③ $\frac{3}{4}$

④ 1

⑤ $\frac{5}{4}$

수학 2 - 다항함수 미분

• 다항함수 미분 기본문제 1



다항함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = (x^2 + 3)f(x)$$

라 하자. $f(1) = 2$, $f'(1) = 1$ 일 때, $g'(1)$ 의 값은? [3점]

① 6

② 7

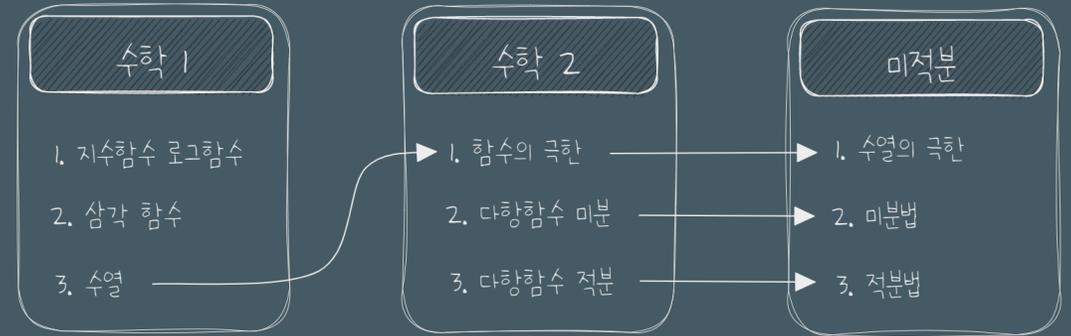
③ 8

④ 9

⑤ 10

수학 2 - 다항함수 미분

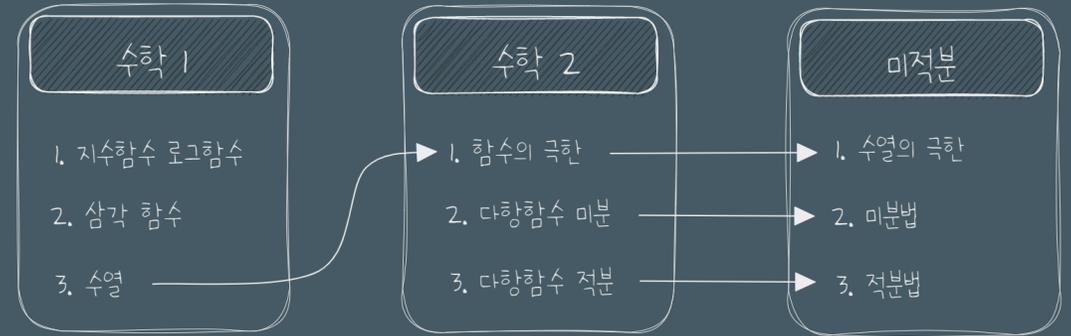
• 다항함수 미분 기본문제 2



함수 $f(x) = x^3 - 3x + 12$ 가 $x = a$ 에서 극소일 때, $a + f(a)$ 의 값을 구하시오. (단, a 는 상수이다.) [3점]

수학 2 - 다항함수 적분

• 다항함수 적분 기본문제



수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t ($t > 0$)에서의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = -4t^3 + 12t^2$$

이다. 시각 $t=k$ 에서 점 P의 가속도가 12일 때, 시각 $t=3k$ 에서 $t=4k$ 까지 점 P가 움직인 거리는? (단, k 는 상수이다.)

[4점]

① 23

② 25

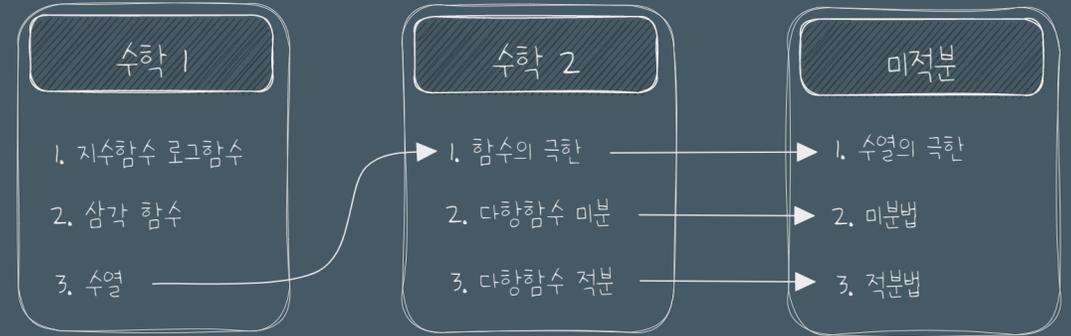
③ 27

④ 29

⑤ 31

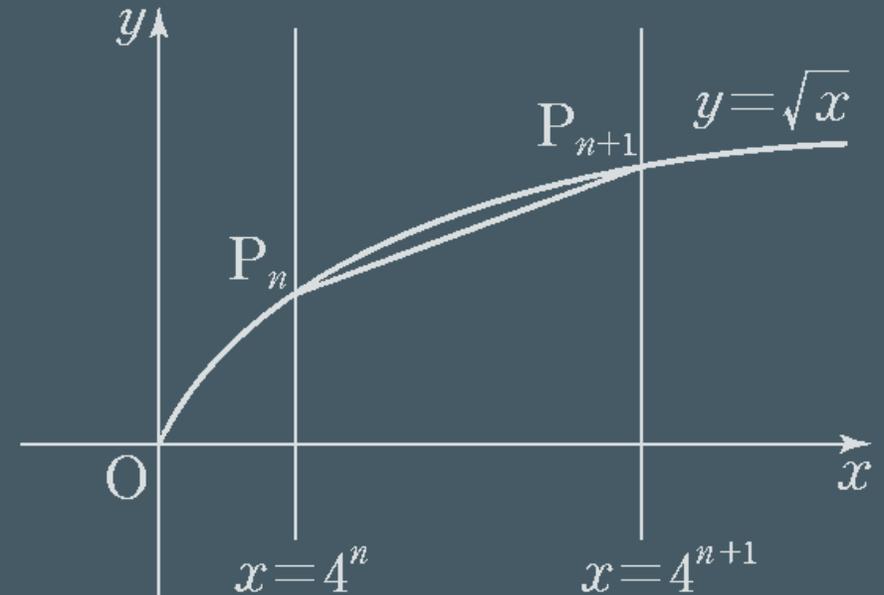
미적분 - 수열의 극한

- (자연수가 아닌) 수열의 극한 기본문제



자연수 n 에 대하여 직선 $x=4^n$ 이 곡선 $y=\sqrt{x}$ 와 만나는 점을 P_n 이라 하자. 선분 P_nP_{n+1} 의 길이를 L_n 이라 할 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{L_{n+1}}{L_n} \right)^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

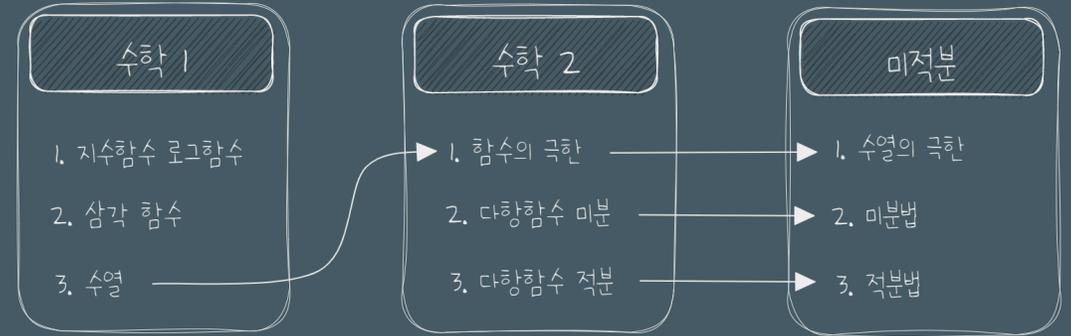


미적분 - 미분법

- 미적분의 미분법에서 처음에 나오는 내용

- 무리수 e와 자연로그 ln

- 대학 공학수학의 기초가 되는 중요한 내용이나, 여기선 정의만 배우고 끝냄



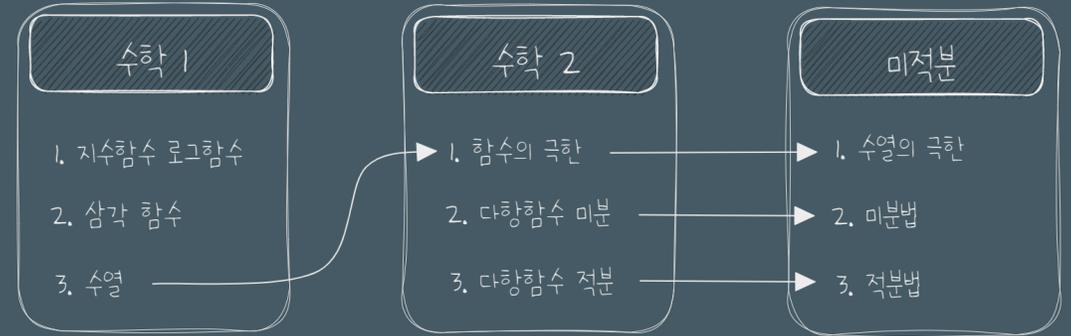
$$\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = e, \lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x} = \ln a \quad (\text{단, } a > 0, a \neq 1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{6x}{e^{4x} - e^{2x}} \text{의 값은? [2점]}$$

미적분 - 미분법

- 수학 2는 '다항함수 미분'
- 미적분의 '미분법'에서는 삼각함수 미분



함수 $f(x) = \sin x \cos x + 10x$ 에 대하여 $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$ 의 값을 구하시오.

미적분 - 미분법

- 매개변수로 표현된 복합함수 미분

매개변수 θ 로 나타내어진 함수

$$x = \sin 2\theta + 3\theta, \quad y = \cos \theta + \theta$$

에 대하여 $\theta = \frac{\pi}{6}$ 일 때, $\frac{dy}{dx}$ 의 값은?

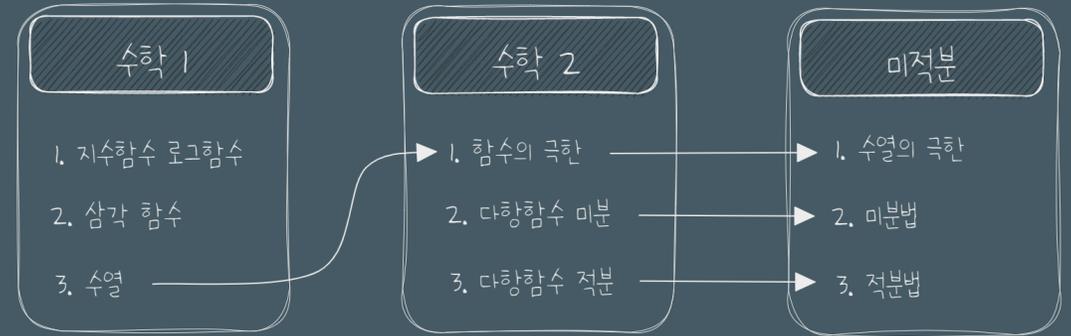
① $\frac{1}{8}$

② $\frac{1}{4}$

③ $\frac{3}{8}$

④ $\frac{1}{2}$

⑤ $\frac{5}{8}$



미적분 - 미분법

매개변수 θ 로 나타내어진 함수

$$x = \sin 2\theta + 3\theta, \quad y = \cos \theta + \theta$$

에 대하여 $\theta = \frac{\pi}{6}$ 일 때, $\frac{dy}{dx}$ 의 값은?

① $\frac{1}{8}$

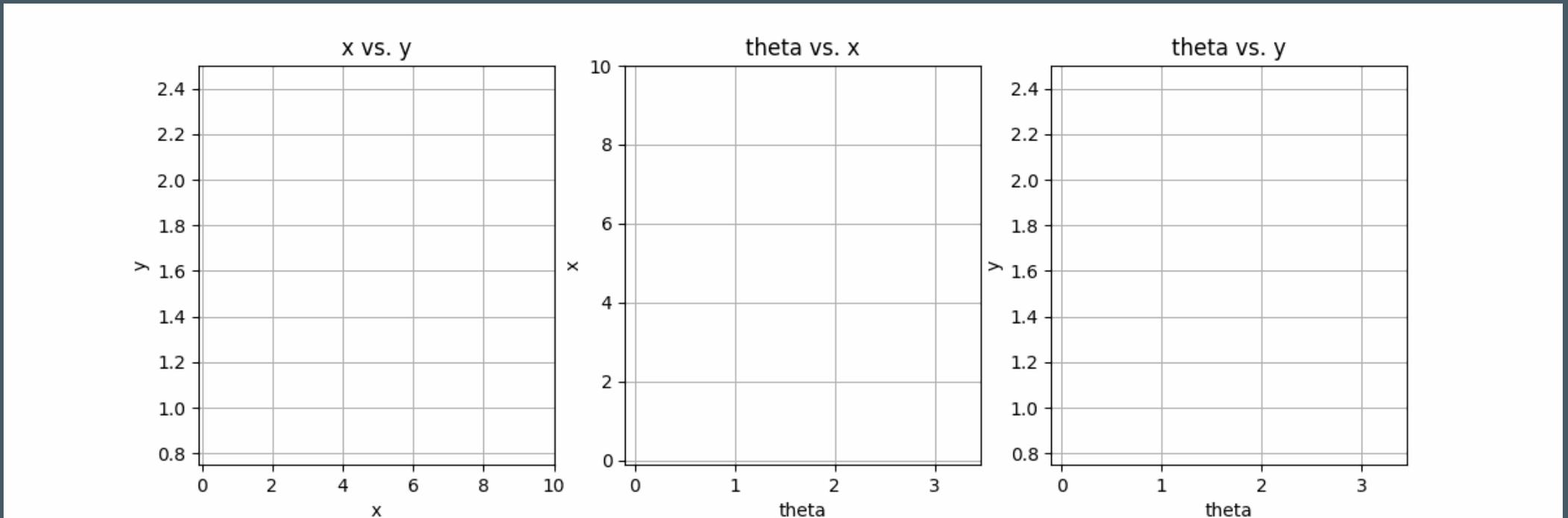
② $\frac{1}{4}$

③ $\frac{3}{8}$

④ $\frac{1}{2}$

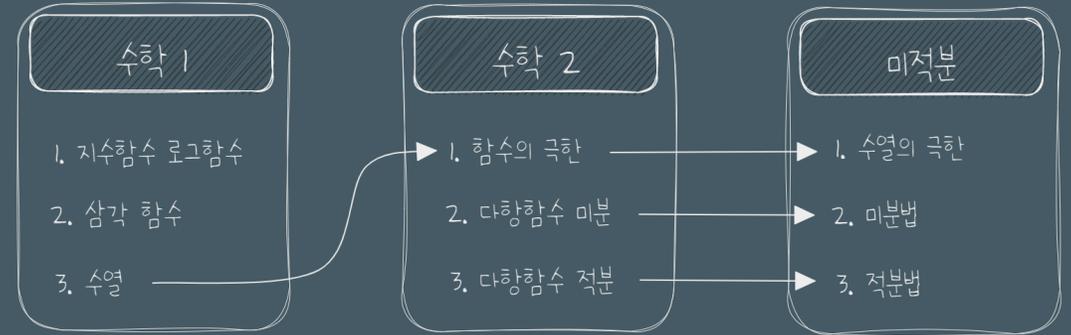
⑤ $\frac{5}{8}$

- 매개변수로 표현된 복합함수 미분



미적분 - 미분법

- **속력 계산 (!= 속도)**
- **결국 이거 하고싶었던거 티남**



좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 t ($0 \leq t \leq \pi$)에서의 위치 (x, y) 가

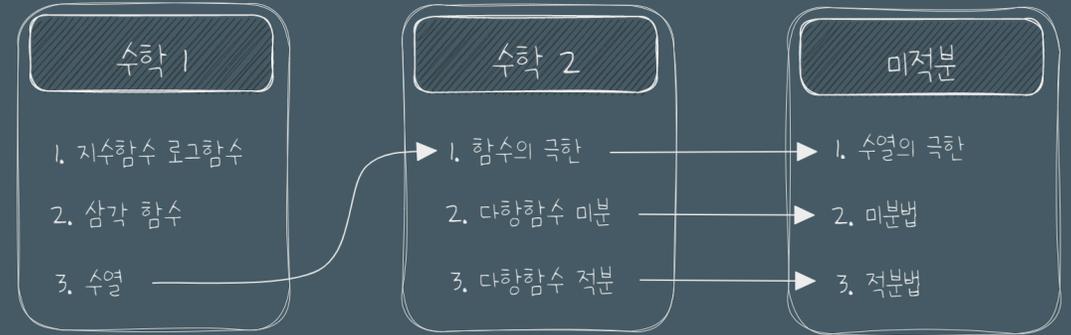
$$x=2(t-\sin t), y=2(1-\cos t)$$

이다. 점 P의 y 좌표가 3이 되는 순간 점 P의 속력은?

- ① 2 ② $2\sqrt{2}$ ③ $2\sqrt{3}$
- ④ 4 ⑤ $2\sqrt{5}$

미적분 - 적분법

- 거리 계산 (!= 이동거리)
- 역시나 거리계산도 나옴, 여기서는 방향, 궤적은 고려 안함



좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 t ($t \geq 0$)에서의 위치 (x, y) 가

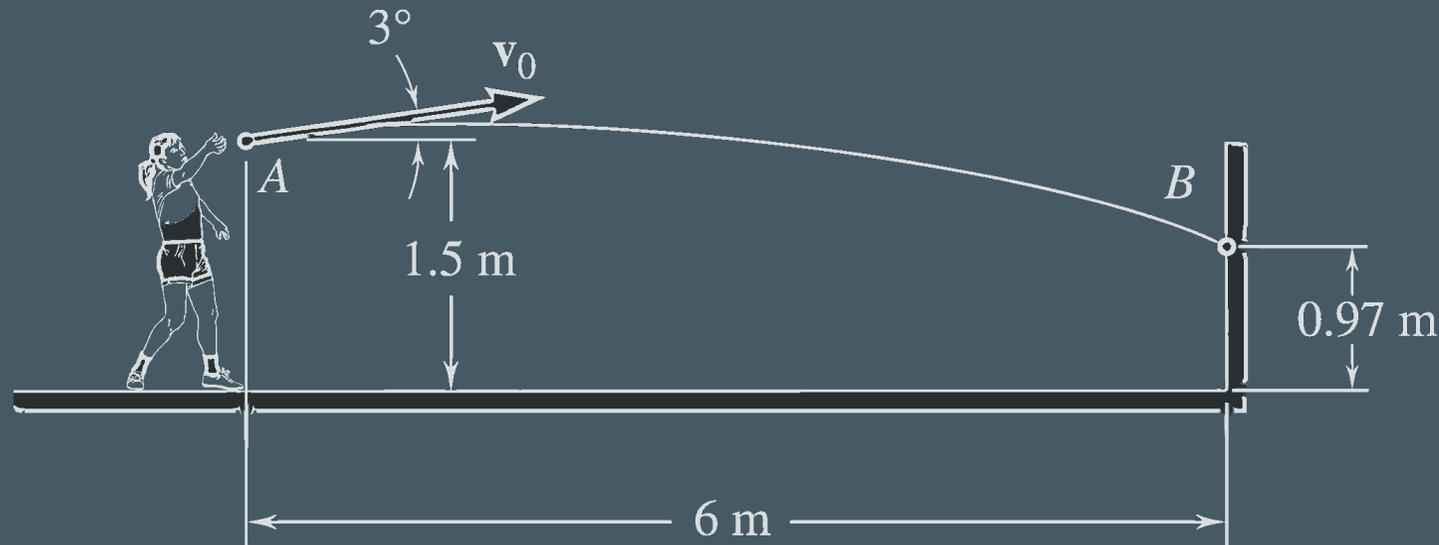
$$x = \frac{1}{2}t^2 + t - \ln(t+1), y = 2t$$

이다. $t=1$ 에서 $t=3$ 까지 점 P가 움직인 거리는?

- ① $2 + \ln 2$
- ② $4 + \ln 2$
- ③ $6 + \ln 2$
- ④ $8 + \ln 2$
- ⑤ $10 + \ln 2$

자연로그 e 의 진짜 의미

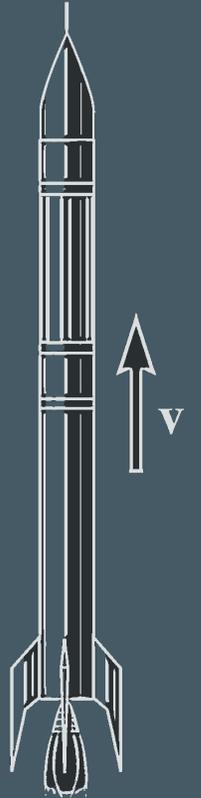
- 미적분의 미분법 첫장에서 정의만 소개되고 끝남
- 고등수학에서 다루는 문제들은 미분, 적분 그 자체인 문제들 $F = mg = ma$



- 동역학 1장의 문제 : 시간에 따라 공의 질량, 중력가속도, 공기저항 변화 없음

자연로그 e 의 진짜 의미

- 대학수학의 최종 문제들은 $F = m(t)g(y) = m(t)a(?)$ 문제들을 다룸
- 로켓이 날아갈 때,
 - 로켓의 연료가 연소되며 무게가 감소
 - 무게가 감소하면서 가속도 증가, 추진력은 감소
 - 복잡한 미분방정식의 형태로 나타남
- 가장 단순한 형태 $f'(x) = f(x)$ 의 해를 구해보자
 - 물리적 의미로는 $f(x)$ 를 속도라고 하면, 속도가 크면 가속도 $f'(x)$ 증가



자연로그 e 의 진짜 의미

- 가장 단순한 형태 $f'(x) = f(x)$ 의 해

- 먼저, 미분의 정의 $f'(x) = \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$

$$f(x + \Delta x) = f(x) + f'(x)\Delta x = f(x) + f(x)\Delta x = (1 + \Delta x)f(x)$$

$$\text{if } x = 0, \quad f(\Delta x) = (1 + \Delta x)f(0)$$

$$\text{if } x = \Delta x, \quad f(2\Delta x) = (1 + \Delta x)f(\Delta x) = (1 + \Delta x)^2 f(0)$$

$$\text{if } x = 2\Delta x, \quad f(3\Delta x) = (1 + \Delta x)f(2\Delta x) = (1 + \Delta x)^3 f(0)$$

$$\text{if } x = n\Delta x, \quad f((n + 1)\Delta x) = (1 + \Delta x)^n f(0)$$

$$n \rightarrow \infty, \Delta x \rightarrow 0, \quad n\Delta x = (n + 1)\Delta x = x, \quad f(x) = \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n$$

자연로그 e 의 진짜 의미

- 가장 단순한 형태 $f'(x) = f(x)$ 의 해

- 먼저, 미분의 정의 $f'(x) = \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$

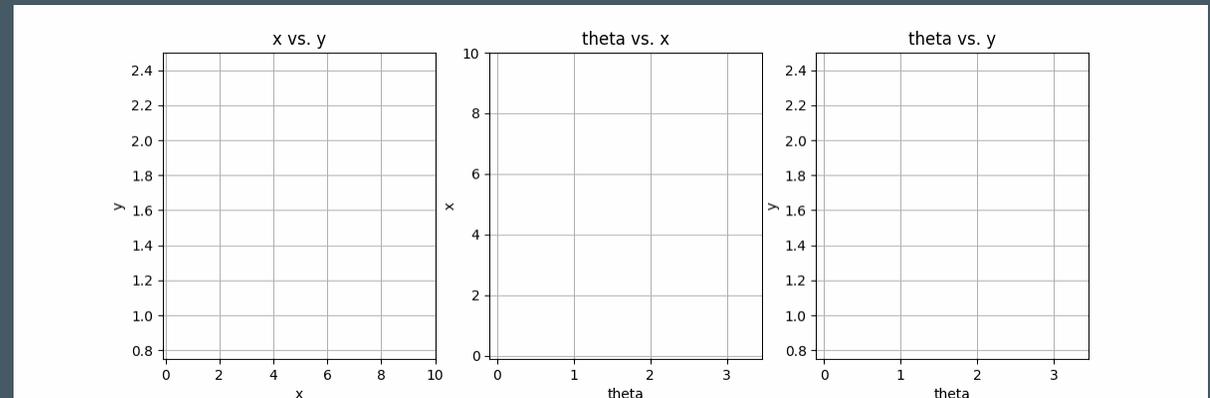
$$f'(x) = f(x) \quad \Longrightarrow \quad f(x) = \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n, \quad f(1) = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \equiv e^1 = 2.718 \dots \quad \Longrightarrow \quad f(x) = e^x$$

$$f'(x) = 1f(x) \rightarrow e^{1x} \quad f'(x) = 2f(x) \rightarrow e^{2x} \quad f'(x) = if(x) \rightarrow e^{ix}$$

- 로켓은 점점 가속도가 줄어든다 $f'(x) = -f(x)$ 의 해는 $f(x) = e^{-x}$
- 참고 : $f'(x) = if(x)$ 의 해는 $f(x) = e^{ix} = \cos x + i \sin x$ (오일러 공식)
 - 3학년 진동공학의 메인 주제가 되는 식

과제

- 본 수업자료에 등장한 모든 문제의 풀이 (시험에 숫자만 바꿔 출제예정)
 - '학번_이름.PDF' 파일로 LMS 제출 (예시: 20220901_최원석.PDF)
- 16, 18, 19페이지의 문제 X-Y 그래프 GIF파일
 - '학번_이름.GIF' 파일로 LMS 제출
- 제출기한 : 다음주 수업일까지





다음 시간에 !

교수자

[최원석 \(Woen-Sug Choi\)](#).

한국해양대학교 해양공학과

상담문의 및 질문은 [상담예약 링크](#)

또는 해양과학기술관(D) 301호